

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 を一つずつ記入した 5 枚のカードから 3 枚のカードを取り出す。

3 枚のカードに書かれた数字の積が偶数になる確率は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ である。

(2) 2 次関数 $y = 2x^2 + 6x$ のグラフを x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動すると、2 点

$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 0\right)$ を通る。このとき、 $a = \text{エ}$, $b = \text{オ}$ である。

(3) 方程式 $3^{2x} + 3^{x+2} - 36 = 0$ を解くと $x = \text{カ}$ である。

(4) 3 つのベクトル $\vec{a} = (-1, 3)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (-2, x)$ がある。2 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を

結ぶ線分 AB を $2:1$ に内分する点 P の位置ベクトルを \vec{p} とする。 \vec{c} と \vec{p} が直角に交わるの

は、 $x = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ のときである。

必答問題

2. 以下の問いに答えよ。

(1) 735 と 588 の最小公倍数は であり, この最小公倍数を 8 進数で表すと である。

(2) k を自然数とする。735 と 588 の最大公約数は であり, $\frac{735}{588}k$ が自然数となる最小の k は である。

(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. さいころを投げ、出た目が 2 以下の場合は数直線上を正の向きに 1 進み、出た目が 3 以上の場合は数直線上を正の向きに 2 進む。原点から出発するものとし、 n 進んだ位置に至る確率を p_n とする。

p_n, p_{n+1}, p_{n+2} の間には次式が成立する。

$$p_{n+2} = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} p_{n+1} + \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} p_n$$

この式を変形すると次式となる。

$$p_{n+2} - p_{n+1} = -\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} (p_{n+1} - p_n)$$

また、各値は下記の通りである。

$$p_1 = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}, \quad p_2 = \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$$

階差数列は次式のように表される。

$$p_{n+1} - p_n = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \left(-\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \right)^{n-1}$$

n が 2 以上のとき次式が成立する。

$$p_n = p_1 + \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \sum_{k=1}^{n-1} \left(-\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} \right)^{n-1}$$

したがって、 p_n を表す式が次のように求められ、これは $n = 1$ のときにも成立する。

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} - \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リル}}} \left(-\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \right)^{n-1}$$

必答問題

4. xy 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(0, 4)$ が与えられている。また、点 $(-2, -1)$ を通り、傾き a の直線を l , 2点 A , B を通る直線を m とする。

(1) 直線 l の方程式は

$$y = ax + \boxed{\text{ワ}}a - \boxed{\text{ン}}$$

である。

(2) 直線 l と直線 m が垂直に交わるのは $a = \frac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}}$ のときである。

(3) 直線 l が $\triangle OAB$ の重心を通るとき、 $a = \frac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$ であり、直線 l は直線 m と

$\left(\frac{\boxed{\text{おか}}}{\boxed{\text{きく}}}, \frac{\boxed{\text{けこ}}}{\boxed{\text{きく}}} \right)$ で交わる。このとき、 x 軸、 y 軸、直線 l 、直線 m で囲まれる面積は

$\frac{\boxed{\text{さしす}}}{\boxed{\text{せそ}}}$ である。

(以 上)

(計 算 用 紙)